引文格式:赵庆志,张登雄,姚宜斌,等.顾及对流层各向异性的实时PPP解算方法[J].武汉大学学报(信息科学版),2026,51(3):591-603.DOI:10.13203/j.whugis20240175

Citation:ZHAO Qingzhi,ZHANG Dengxiong,YAO Yibin,et al.Real-Time PPP Solution Method Considering Tropospheric Anisotropy[J].Geomatics and Information Science of Wuhan University,2026,51(3):591-603.DOI:10.13203/j.whugis20240175

顾及对流层各向异性的实时PPP解算方法

赵庆志[1] 张登雄[1] 姚宜斌[2] 李祖锋[3] 吴 侃[4]
高余婷[1] 王鹏程[1] 马 智[1] 刘 晨[5]

1 西安科技大学测绘科学与技术学院,陕西 西安,710054
2 武汉大学测绘学院,湖北 武汉,430079
3 中国电建集团西北勘测设计研究院有限公司,陕西 西安,710065
4 空军军医大学航空航天医学院教育部航空航天医学重点实验室,陕西 西安,710032
5 天津市轨道交通导航定位及时空大数据技术重点实验室,天津,300251

摘 要:对流层各向异性是影响全球导航卫星系统(global navigation satellite system,GNSS)定位精度的重要因素之一,现有实时精密单点定位(real-time precise point positioning,RT-PPP)技术通常联合经验模型、投影函数和参数估计法消除对流层延迟的影响,但并未考虑对流层各向异性对定位结果的影响。太阳辐射是导致对流层各向异性的重要因素,因此,提出一种顾及太阳辐射导致对流层各向异性的RT-PPP解算方法,所提方法基于测站位置和地方时计算太阳高度角,表征太阳辐射对GNSS信号的影响,并对现有湿投影函数及随机模型进行改进,构建顾及对流层各向异性的RT-PPP函数模型和随机模型。选取全球分布的13个国际GNSS服务中心站2023年年积日64—70天共7 d的GNSS观测数据对所提方法进行验证,实验结果表明,所提的顾及对流层各向异性的RT-PPP定位方法优于传统方法,在北、东、天3个方向上的定位精度均有一定的改善;在收敛时间方面,3个方向上收敛速度的改善率分别为1.42%、0.69%和2.46%。对不同纬度的测站进行分析,发现所提方法对不同纬度测站的定位结果和收敛速度均有一定程度的改善,说明该方法具有一定的鲁棒性,对进一步完善顾及对流层各向异性的RT-PPP理论与方法具有重要意义。

关键词:RT-PPP;太阳辐射;高度角随机模型;对流层;各向异性

中图分类号:P228 **文献标识码**:A **收稿日期**:2024-12-29

DOI:10.13203/j.whugis20240175 **文章编号**:1671-8860(2026)03-0591-13

Real-Time PPP Solution Method Considering Tropospheric Anisotropy

ZHAO Qingzhi[1] *ZHANG Dengxiong*[1] *YAO Yibin*[2] *LI Zufeng*[3] *WU Kan*[4]
GAO Yuting[1] *WANG Pengcheng*[1] *MA Zhi*[1] *LIU Chen*[5]

1 College of Geomatics, Xi'an University of Science and Technology, Xi'an 710054, China
2 School of Geodesy and Geomatics, Wuhan University, Wuhan 430079, China
3 Power China Northwest Engineering Co., Ltd., Xi'an 710065, China
4 School of Aerospace Medicine, Key Laboratory of Aerospace Medicine of Ministry of Education, Air Force Medical University, Xi'an 710032, China
5 Tianjin Key Laboratory of Rail Transit Navigation Positioning and Spatiotemporal Big Data Technology, Tianjin 300251, China

Abstract: **Objectives**: Tropospheric anisotropy is one of the important factors affecting the positioning accuracy of global navigation satellite system (GNSS). The existing real-time precision point positioning (RT-PPP) technology usually combines empirical models, projection functions, and parameter estimation methods to eliminate the influence of tropospheric delay, but does not consider the impact of tropospheric anisotropy on positioning results. Solar radiation is an important factor causing tropospheric anisotropy. Therefore, we propose a RT-PPP calculation method that considers the tropospheric anisotropy caused by

基金项目:国家自然科学基金(42574045,42274039);天津市轨道交通导航定位及时空大数据技术重点实验室开放课题基金(TKL2024B03);西安市科协青年人才托举项目(959202313075);秦创原引用高层次创新创业人才项目(QCYRCXM-2023-107)。

第一作者:赵庆志,博士,教授,主要从事GNSS导航定位与空间环境监测相关研究。zhaoqingzhia@163.com

solar radiation. **Methods**: We calculate the solar altitude angle based on the station position and local time and characterize the influence of solar radiation on GNSS signals. And we improve the existing wet projection function and stochastic model to construct RT-PPP function model and stochastic model that consider the anisotropy of troposphere. The proposed method is validated by selecting 7 days of GNSS observation data from 13 international GNSS service center stations. **Results**: The proposed RT-PPP method outperforms the traditional methods and improves positioning accuracy in the N, E, and U directions to some extent. In terms of convergence time, the improvement rates of convergence speed in the three directions are 1.42%, 0.69%, and 2.46%, respectively. The analysis shows that the proposed method has improved the positioning results and convergence speed of stations in different latitude intervals to a certain extent, indicating that the robustness of the proposed method. **Conclusions**: The proposed method considers the impact of solar radiation on satellite signals passing through the troposphere, filling the gap in the influence of tropospheric anisotropy on RT-PPP. It is of great significance for further improvement of the theory and methods of RT-PPP that takes tropospheric anisotropy into account.

Key words: RT-PPP; solar radiation; random model of height angle; tropospheric; anisotropy

实时精密单点定位(real-time precise point positioning, RT-PPP)技术是进行高精度、高时效定位的重要技术手段。随着2013年4月国际全球导航卫星系统(global navigation satellite system, GNSS)实时服务产品的发布[1],用户可实时获取国际GNSS服务(international GNSS service, IGS)中心及其分析中心的实时产品,结合广播星历和改正文件恢复精密钟差及轨道文件,获取时效性更高的高精度定位数据。RT-PPP不受区域限制且应用范围广,已成为高精度导航定位领域的研究热点之一。误差处理是RT-PPP数据解算中的关键步骤[2],其中,对流层延迟是直接影响其定位性能的重要因素之一。因此,更精确地表达对流层延迟有助于提高RT-PPP的定位精度和收敛速度[3-4]。

对流层延迟是指卫星信号穿过对流层时发生折射和弯曲导致卫星信号产生的延迟。对流层延迟量级一般从几米到几十米不等[5],其对导航定位、确定卫星钟差及卫星定轨具有重要影响。因此,对流层延迟的精确表达是RT-PPP研究的重点和难点。在RT-PPP数据处理过程中,现有手段主要联合经验模型、参数估计和映射函数来消除对流层延迟的影响[6]。该方法主要思想是:首先,基于经验模型估计天顶静力学延迟(zenith hydrostatic delay, ZHD);然后,利用投影函数得到卫星信号路径上的干延迟分量,并基于天顶湿延迟(zenith wet delay, ZWD)对该路径上的湿延迟分量进行表达;最后,利用参数估计方法得到ZWD[7],将ZHD和ZWD相加得到准确的天顶总延迟估值。映射函数是影响对流层延迟处理精度的重要环节[8],同时也是建立天顶对流层延迟与斜路径延迟联系的关键。目前RT-PPP中常用的映射函数主要包括全球映射函数(global mapping function, GMF)[9]和Vienna系列映射函数(Vienna mapping functions, VMF)[10-11],每种映射函数包括干映射函数和湿映射函数两部分。GMF具有精度高、应用简单、输入参数少等优势,被广泛应用于RT-PPP中[12],因此本文使用GMF作为映射函数。VMF的精度高、结果稳定,但时效性不强,基于气象参数得到的系数仍有部分时延[13-14]。文献[15]分析了不同映射函数对RT-PPP定位解算的影响,结果表明,不同映射函数对水平定位精度和收敛时间的影响较小,但对北(north, N)、东(east, E)、天(up, U)3个方向中U方向定位精度的影响较大,其中VMF3精度最优,GMF和VMF1精度相当。尽管GMF和VMF已被广泛应用于RT-PPP中,但RT-PPP的函数模型并未顾及对流层各向异性对定位结果的影响。

此外,随机模型精确表达与否也会对观测值权值和数据处理精度产生一定影响[16-18]。现有随机模型主要包括基于卫星高度角的随机模型[19],如sine型[20]、sine-type型[21]、cos-type型[22]和指数型[23]。相关学者在RT-PPP随机模型精化方面进行了大量研究,但尚未顾及对流层各向异性对RT-PPP随机模型的影响。太阳辐射是影响大气圈层的重要因素[24-26],会对穿过对流层的卫星信号产生重要影响[27],大气圈层的内部运动是一个复杂的过程,而对流层是大气活动的重要指标[28]。因此,可以利用太阳高度角反映太阳辐射对对流层各向异性的影响,但目前缺乏太阳辐射导致对流层各向异性的相关研究,且在顾及对流

层各向异性的RT-PPP算法方面存在空白。

本文针对上述现状开展研究,提出一种顾及太阳辐射导致对流层各向异性的RT-PPP解算方法,该方法引入太阳高度角反映太阳辐射强度的变化,并用于改进现有湿映射函数表达式和随机模型,构建顾及对流层各向异性的RT-PPP函数模型和随机模型。选取GNSS测站进行验证,发现所提方法在保证测站坐标精度的前提下能够有效改善RT-PPP的收敛速度,对快速获取高精度实时定位结果和对流层参数具有重要意义。

1　RT-PPP解算理论与方法

1.1　卫星轨道和钟差恢复

基于状态空间域增强服务提供的轨道改正数据对广播星历恢复的卫星轨道进行校正时,需要选择与广播星历具有相同数据期龄的轨道参数。在进行精密轨道合成时,全球定位系统(global positioning system, GPS)与伽利略卫星导航系统的广播星历提供了数据期龄参数(issue of data, IOD),但北斗卫星导航系统(BeiDou satellite navigation system, BDS)没有提供数据期龄参数。BDS的数据期龄参数$\mathrm{IOD}_{\mathrm{BDS}}$的计算公式为:

$$\mathrm{IOD}_{\mathrm{BDS}}=(\mathrm{int}(\mathrm{TOE}_{\mathrm{sec}})/720)\mathrm{mod}(240) \tag{1}$$

式中,int()为取整函数;$\mathrm{TOE}_{\mathrm{sec}}$为广播星历内的周内秒;mod()表示求余函数。

假设在t时刻,卫星在径向(R)、切向(A)和法向(C)的轨道校正值和轨道速率校正值分别为δ_t^R、δ_t^A、δ_t^C和$\dot{\delta}_t^R$、$\dot{\delta}_t^A$、$\dot{\delta}_t^C$,对于t之后的邻近时刻t_0,其轨道校正量$\Delta\boldsymbol{C}$为:

$$\Delta\boldsymbol{C}=\begin{bmatrix}\delta_{t_0}^R\\ \delta_{t_0}^A\\ \delta_{t_0}^C\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\delta_t^R\\ \delta_t^A\\ \delta_t^C\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}\dot{\delta}_t^R\\ \dot{\delta}_t^A\\ \dot{\delta}_t^C\end{bmatrix}(t_0-t) \tag{2}$$

式中,$\delta_{t_0}^R$、$\delta_{t_0}^A$、$\delta_{t_0}^C$分别为t_0时刻R、A和C方向的轨道校正值。将轨道校正值转换到地心地固(earth-centered, earth-fixed, ECEF)坐标系下,可表示为:

$$\begin{bmatrix}\Delta X\\ \Delta Y\\ \Delta Z\end{bmatrix}=[\bar{\boldsymbol{r}},\bar{\boldsymbol{a}},\bar{\boldsymbol{c}}]\begin{bmatrix}\delta_{t_0}^R\\ \delta_{t_0}^A\\ \delta_{t_0}^C\end{bmatrix} \tag{3}$$

式中,ΔX、ΔY、ΔZ分别为ECEF坐标系下的位置校正值;$\bar{\boldsymbol{a}}$为切向的单位矢量,$\bar{\boldsymbol{a}}=\dfrac{\bar{\boldsymbol{v}}}{|\bar{\boldsymbol{v}}|}$,$\bar{\boldsymbol{v}}$为卫星速度矢量;$\bar{\boldsymbol{c}}$为法向的单位矢量,$\bar{\boldsymbol{c}}=\dfrac{\bar{\boldsymbol{r}}\times\bar{\boldsymbol{v}}}{|\bar{\boldsymbol{r}}\times\bar{\boldsymbol{v}}|}$;$\bar{\boldsymbol{r}}$为径向的单位矢量,$\bar{\boldsymbol{r}}=\bar{\boldsymbol{a}}\times\bar{\boldsymbol{c}}$。在$t_0$时刻,通过实时校正值改正后的卫星精密轨道位置$\boldsymbol{S}_p$的计算公式为:

$$\boldsymbol{S}_p=\begin{bmatrix}X_p\\ Y_p\\ Z_p\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}X_b\\ Y_b\\ Z_b\end{bmatrix}-\begin{bmatrix}\Delta X\\ \Delta Y\\ \Delta Z\end{bmatrix} \tag{4}$$

式中,X_p、Y_p、Z_p分别为经过改正数据校正后的卫星在地心坐标系下的坐标;X_b、Y_b、Z_b分别为利用广播星历计算得到的卫星坐标。

1.2　RT-PPP观测方程构建

RT-PPP数据处理的过程中,建立正确的函数模型是进行数据解算的关键[29],观测方程通常采用空间后方交会确定地面测站的位置。GNSS接收机接收到的信号主要包括载波相位观测值$l_{r,i}^s$与测码伪距观测值$p_{r,i}^s$,某一历元由载波相位观测值和测码伪距观测值组成的基本观测方程为:

$$\begin{cases}p_{r,i}^s=\rho_{r,i}^s+v_{r,i}-v_i^s+\mathrm{Ion}_{r,i}^s+\mathrm{Trop}_{r,i}^s+k_{r,i}+k_i^s+\mu_{r,i}^s\\ l_{r,i}^s=\rho_{r,i}^s+v_{r,i}-v_i^s-\mathrm{Ion}_{r,i}^s+\mathrm{Trop}_{r,i}^s+K_{r,i}+K_i^s+\lambda_i N_{r,i}^s+\varepsilon_{r,i}^s\end{cases} \tag{5}$$

式中,$\rho_{r,i}^s$表示站星的几何距离,i为信号频率标志,r和s分别代表接收机和卫星系统;$v_{r,i}$和v_i^s分别表示接收机端和卫星端钟差;$\mathrm{Ion}_{r,i}^s$和$\mathrm{Trop}_{r,i}^s$分别表示电离层延迟和对流层延迟;$k_{r,i}$和$K_{r,i}$分别表示接收机端的伪距延迟以及载波相位硬件延迟;k_i^s和K_i^s分别表示卫星端的伪距延迟以及载波相位硬件延迟;λ_i为载波信号频率的波长;$N_{r,i}^s$表示整周模糊度;$\mu_{r,i}^s$和$\varepsilon_{r,i}^s$分别表示伪距的残差项和载波相位的残差项。对流层延迟的计算公式为:

$$\mathrm{Trop}_{r,i}^s=M_h(\varepsilon)\times T_{\mathrm{ZHD}}+M_w(\varepsilon)\times T_{\mathrm{ZWD}}+M_g(\varepsilon)\cdot[G_{\mathrm{NS}}\cos\varphi+G_{\mathrm{EW}}\sin\varphi]+\gamma_t \tag{6}$$

式中,ε为卫星高度角;$M_h()$为干映射函数;$M_w()$为湿映射函数;T_{ZHD}、T_{ZWD}分别为ZHD和ZWD值;$M_g()$为水平梯度映射函数;G_{NS}和G_{EW}分别表示水平梯度改正的南北方向分量与东西方向分量;φ为测站到卫星的方位角;γ_t表示对流层延迟残差。

1.3　RT-PPP函数模型构建

RT-PPP数据处理的过程中,广泛使用的函数模型主要有无电离层组合模型和UOFC模型,该类模型能够消除一阶电离层误差和待估参数,模型简单。双频无电离层组合模型的计算公式为:

$$\begin{cases} P^s_{r,\mathrm{IF}} = \alpha_2 P_1 - \alpha_1 P_2 = \boldsymbol{e}^s_r \cdot \boldsymbol{x} + v_{r,\mathrm{IF}} - v^s_{\mathrm{IF}} + T_{\mathrm{ZWD}} \cdot M_w(\varepsilon) + \mu^s_{r,\mathrm{IF}} \\ L^s_{r,\mathrm{IF}} = \alpha_2 L_1 - \alpha_1 L_2 = \boldsymbol{e}^s_r \cdot \boldsymbol{x} + v_{r,\mathrm{IF}} - v^s_{\mathrm{IF}} + T_{\mathrm{ZWD}} \cdot M_w(\varepsilon) + \lambda_{\mathrm{IF}} N^s_{r,\mathrm{IF}} + \varepsilon^s_{r,\mathrm{IF}} \end{cases} \tag{7}$$

式中,$P^s_{r,\mathrm{IF}}$为双频无电离层组合伪距观测值;$L^s_{r,\mathrm{IF}}$为双频无电离层组合载波相位观测值;α_1和α_2为无电离层组合系数,$\alpha_1=\dfrac{f_2^2}{f_1^2-f_2^2}$,$\alpha_2=\dfrac{f_1^2}{f_1^2-f_2^2}$,$f_1$和$f_2$分别表示不同的频率信号频率;$P_1$和$P_2$分别为频率$f_1$和$f_2$对应的原始伪距观测值;$L_1$和$L_2$分别为频率$f_1$和$f_2$对应的原始载波相位观测值;$\boldsymbol{e}^s_r$为接收机到卫星的单位向量;$\boldsymbol{x}$为接收机的位置改正向量;$v_{r,\mathrm{IF}}$为接收机钟差;$v^s_{\mathrm{IF}}$为卫星钟差;$\lambda_{\mathrm{IF}}$为无电离层组合波长;$N^s_{r,\mathrm{IF}}$为无电离层组合的载波相位模糊度;$\mu^s_{r,\mathrm{IF}}$为无电离层组合下的伪距观测值噪声与多路径误差;$\varepsilon^s_{r,\mathrm{IF}}$为无电离层组合下的载波相位观测值的噪声与多路径误差。

将式(7)进行线性化之后,可以得到某个历元的线性方程,计算式为:

$$\begin{cases} \boldsymbol{L}_p = \boldsymbol{A}X + T_{\mathrm{ZWD}} \cdot M_w(\varepsilon) + v_p \\ \boldsymbol{L}_l = \boldsymbol{A}X + T_{\mathrm{ZWD}} \cdot M_w(\varepsilon) + \boldsymbol{e}N + v_l \\ \hat{\boldsymbol{Z}} = (\bar{\boldsymbol{A}}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{W}\bar{\boldsymbol{A}})^{-1}\bar{\boldsymbol{A}}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{W}\boldsymbol{L} \\ \boldsymbol{v} = \boldsymbol{L} - \bar{\boldsymbol{A}}\hat{\boldsymbol{Z}} \end{cases} \tag{8}$$

式中,$\boldsymbol{L}_p$和$\boldsymbol{L}_l$分别表示伪距和相位观测值与计算值差值矢量;$\boldsymbol{A}=\begin{bmatrix} \boldsymbol{A}' & \boldsymbol{e} \\ \boldsymbol{A}_{\mathrm{ZWD}} & 0 \end{bmatrix}$表示设计矩阵,其中包含ZWD参数的系数;$X$表示待估参数;$\boldsymbol{e}$为单位矩阵;$N$表示模糊度;$v_p$和$v_l$分别表示伪距和相位观测值的残差;$\hat{\boldsymbol{Z}}=\begin{bmatrix} \hat{X} \\ \hat{Y} \end{bmatrix}$表示待估参数的估计值矩阵;$\bar{\boldsymbol{A}}=\begin{bmatrix} \boldsymbol{A} & \boldsymbol{e} \\ \boldsymbol{A} & 0 \end{bmatrix}$表示总设计矩阵;$\boldsymbol{W}$表示观测值的权重矩阵;$\boldsymbol{v}$为由$v_p$和$v_l$组成的观测残差向量;$\boldsymbol{L}=\begin{bmatrix} \boldsymbol{L}_p \\ \boldsymbol{L}_l \end{bmatrix}$表示观测值向量。

1.4 RT-PPP随机模型构建

随机模型会影响数据解算和参数估计的精度,常用的随机模型有sine型[20]、sine-type型[21]、cos-type型[22]以及指数型[23],计算公式分别为:

$$\begin{cases} \text{sine型:}\ \sigma = \sigma_0/\sin\varepsilon \\ \text{sine-type型:}\ \sigma = \sigma_0\sqrt{\alpha_1 + \beta_1/\sin\varepsilon} \\ \text{cos-type型:}\ \sigma = \sigma_0\sqrt{\alpha_3 + \beta_3\cos^n\varepsilon} \\ \text{指数型:}\ \sigma = \sigma_0(\alpha_2 + \beta_2\exp(-\varepsilon/\varepsilon_0)) \end{cases} \tag{9}$$

式中,σ_0表示基准标准差;α_1=0.64,β_1=0.36,α_2=1,β_2=3.5,α_3=1,β_3=4,n=8,ε_0=90°。

2 本文方法

2.1 太阳辐射导致对流层各向异性的RT-PPP解算方法

现有研究仅顾及卫星高度角的变化,采用投影函数将天顶方向对流层延迟恢复到卫星信号方向上,并未顾及对流层各向异性对卫星信号的影响。太阳辐射是影响对流层各向异性的重要因素,因此,本文提出一种太阳辐射导致对流层各向异性的RT-PPP解算方法,对RT-PPP函数模型和随机模型进行改进。该方法主要思想是:首先,恢复精密轨道及钟差信息,并基于测站的经度、纬度和地方时计算太阳高度角,表征太阳辐射强度;然后,利用太阳高度角构建顾及对流层各向异性的RT-PPP函数模型和随机模型;最后,对构建的函数模型进行解算,并对其精度进行评估。本文所提方法的整体流程如图1所示,具体步骤如下:

1)太阳高度角计算

由于无法获取全球不同测站的实测太阳辐射数据,本文利用太阳高度角间接表示太阳辐射强度[30]。太阳高度角可利用测站的经度、纬度和地方时计算,计算公式如下:

$$\begin{cases} N_0 = 79.676\,4 + 0.242\,2(Y - 1\,985) - \\ \qquad \mathrm{int}[0.25(Y - 1\,985)] \\ Q = 2\pi \times 57.3 \times \dfrac{\mathrm{DOY} + \Delta N - N_0}{365.242\,2} \\ E_Q = 0.002\,8 - 1.985\,7\sin Q + 9.905\,9\sin(2Q) - \\ \qquad 7.909\,2\cos Q - 0.688\,2\cos(2Q) \end{cases} \tag{10}$$

式中,N_0为基准日数;Q为相位角;E_Q为时差;Y为年份;DOY为年积日;ΔN为年积日订正值,由观测点与格林尼治经度差产生的时间差订正值L与观测时刻和格林尼治0时产生的时间差订正值R两项组成,计算公式为:

$$\begin{cases} L = \dfrac{1}{15}\left(D + \dfrac{M}{60}\right) \\ R = S + \dfrac{F}{60} \\ \Delta N = \dfrac{1}{24}(R + L) \\ T_T = T_M + E_Q = C_T + L_C + E_Q \end{cases} \tag{11}$$

式中,D为观测点的经度;M为分值,可换算成L;S为观测时刻的时值;F为观测时刻的分值;T_T为

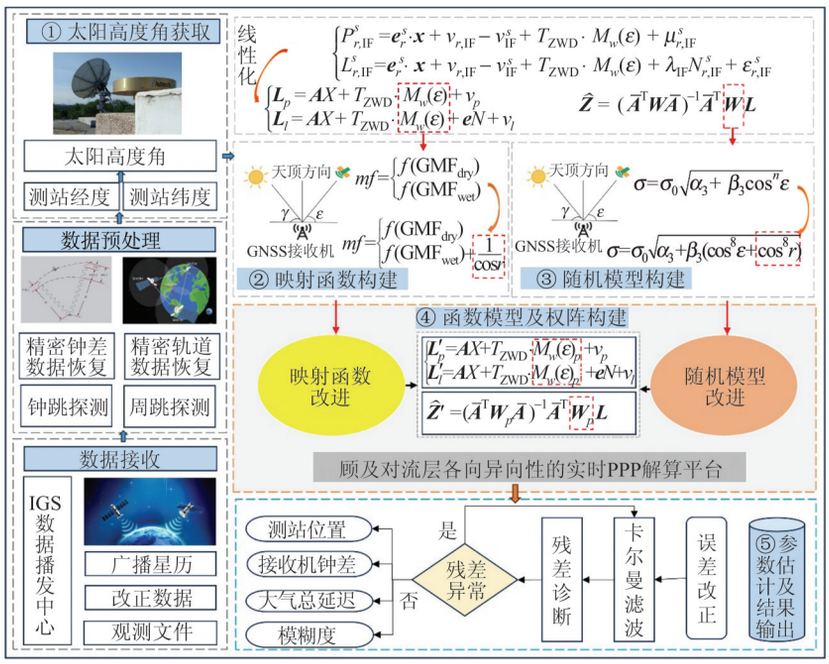


图1　顾及对流层各向异性的RT-PPP解算整体流程

Fig. 1　Overall Process of RT-PPP Solution Considering Tropospheric Anisotropy

真太阳时;T_M为地方时;C_T为时区时;L_C为经度订正。太阳高度角的数学模型计算式为:

$$\begin{cases} D_E = 0.372\,3 + 23.256\,7\sin Q + 0.114\,9\sin(2Q) - 0.171\,2\sin(3Q) - \\ \qquad 0.758\,0\cos Q + 0.365\,6\cos(2Q) + 0.020\,1\cos(3Q) \\ T_0 = (T_T - 12)\times 15 \\ r = \arcsin(\sin\varphi \times \sin D_E + \cos\varphi \times \cos D_E \times \cos T_0) \end{cases} \tag{12}$$

式中,D_E为太阳赤纬;T_0为太阳时角;r为太阳高度角;φ为当地纬度。

2)顾及对流层各向异性的观测方程构建

由于太阳辐射会对大气中的水汽分布造成影响,因此对现有GMF湿映射函数进行改进,改进后的映射函数的计算公式为:

$$mf_{\text{wet}} = f(\text{GMF}_{\text{wet}}) + \frac{1}{\cos r} \tag{13}$$

式中,mf_{wet}为改进的湿映射函数;$f(\text{GMF}_{\text{wet}})$为GMF湿映射函数。

由于r太大或太小都会导致湿映射函数中该部分权比影响过大,因此,过度纠正对流层各项异性会对解算结果造成负面影响。因此,本文设定r的范围为30°~60°。将式(13)代入式(7),可得到顾及对流层各向异性的观测方程。

3)顾及对流层各向异性的随机模型构建

cos-type型随机模型较传统随机模型有更好的鲁棒性和精度[22],因此,本文选用cos-type型随机模型为基础模型。太阳辐射导致的大气水汽各向异性变化会对随机模型造成影响,因此,仿照随机模型中卫星高度角的函数表达,给出顾及太阳高度角的随机模型表达,计算公式为:

$$\sigma = \sigma_0\sqrt{\alpha_3 + \beta_3(\cos^8\varepsilon + \cos^8 r)} \tag{14}$$

4)函数模型及权阵构建

$$\begin{cases} P'^{s}_{r,\text{IF}} = \boldsymbol{e}_r^s \cdot \boldsymbol{x} + v_{r,\text{IF}} - v^s_{\text{IF}} + T_{\text{ZWD}} \cdot M_w(\varepsilon)_p + \mu^s_{r,\text{IF}} \\ L'^{s}_{r,\text{IF}} = \boldsymbol{e}_r^s \cdot \boldsymbol{x} + v_{r,\text{IF}} - v^s_{\text{IF}} + T_{\text{ZWD}} \cdot M_w(\varepsilon)_p + \\ \qquad \lambda_{\text{IF}} N^s_{r,\text{IF}} + \varepsilon^s_{r,\text{IF}} \end{cases} \tag{15}$$

式中,$P'^{s}_{r,\text{IF}}$和$L'^{s}_{r,\text{IF}}$分别为改进的双频无电离层组合伪距观测值和载波相位观测值;$M_w(\,)_p$为顾及对流层各向异性的对流层湿映射函数。将式(15)进行线性化后可表示为:

$$\begin{cases} L'_p = \boldsymbol{A}X + T_{\text{ZWD}} \cdot M_w(\varepsilon)_p + v_p \\ L'_l = \boldsymbol{A}X + T_{\text{ZWD}} \cdot M_w(\varepsilon)_p + \boldsymbol{e}N + v_l \\ \hat{\boldsymbol{Z}}' = (\bar{\boldsymbol{A}}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{W}_p\bar{\boldsymbol{A}})^{-1}\bar{\boldsymbol{A}}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{W}_p L \\ \boldsymbol{v}' = L - \bar{\boldsymbol{A}}\hat{\boldsymbol{Z}}' \end{cases} \tag{16}$$

式中,L'_p和L'_l分别为改进的伪距和相位观测值与计算值的差值矢量;$\hat{\boldsymbol{Z}}'$为参数估计值向量;$\boldsymbol{W}_p$为改进的观测值权阵;$\boldsymbol{v}'$为观测残差向量。

5)参数估计与精度评估

本文利用卡尔曼滤波进行参数估计,并以IGS数据中心发布的周解坐标文件作为真值,采用均方根(root mean square, RMS)和偏差绝对

值进行测站坐标结果的评估。

2.2 RT-PPP解算策略

本文利用GNSS数据并基于RT-PPP技术设计两种方案对本文提出的顾及对流层各向异性的RT-PPP解算方法进行验证,其中方案一为传统GMF和cos-type型随机模型解算方法,方案二为本文所提方法。两种方案分别对单系统和多系统组合进行解算,并以IGS数据中心发布的周解坐标文件作为真值,对实验结果进行评估。RT-PPP解算策略如表1所示。

表1 RT-PPP解算具体策略

Table 1 Specific Strategies of RT-PPP Solution

项目	处理策略
函数模型	无电离层组合模型
采样间隔/s	30
截止高度角/(°)	10
天线改正文件	igs14.atx
实时数据流挂载点	SSRA00CNE0
卫星轨道/钟差	广播星历+实时数据流
天线相位缠绕等	模型改正[31-33]
周跳探测	MW组合+GF组合[34-35]
对流层干延迟	GPT2w模型[36]
对流层湿延迟	随机游走
观测值随机模型	cos-type型随机模型[22]/改进的随机模型(本文方法)
映射函数	GMF[9]/改进的映射函数(本文方法)
系统间偏差	随机游走
参数估计	卡尔曼滤波

3 结果与分析

实验数据包括全球分布的13个IGS测站实时观测数据、广播星历和改正数据,数据时间跨度为2023年年积日64~70共7 d的数据。选取的13个IGS站点分布如图2所示。

3.1 测站信息

为了准确评价本文方法对测站定位精度和收敛速度的影响,本文选取全球分布的13个IGS测站,广播星历选择RTCM3EPH-MGEX,改正数据选择SSRA00CNE0挂载点。

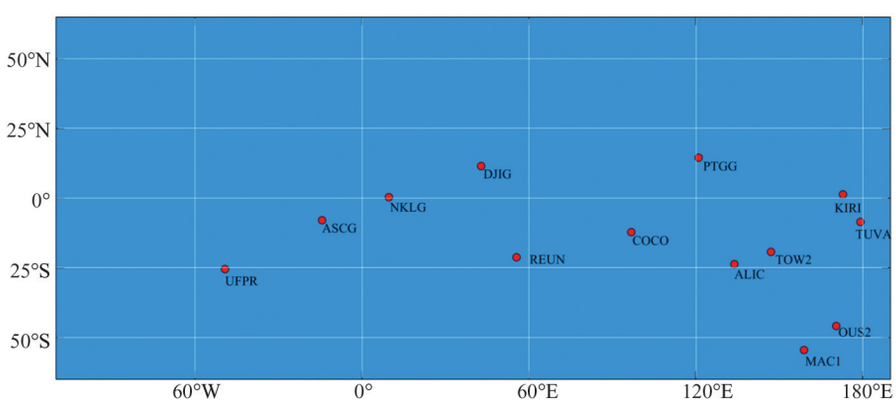


图2 实验选取的IGS测站分布

Fig. 2 Distribution of IGS Stations Selected in the Experiment

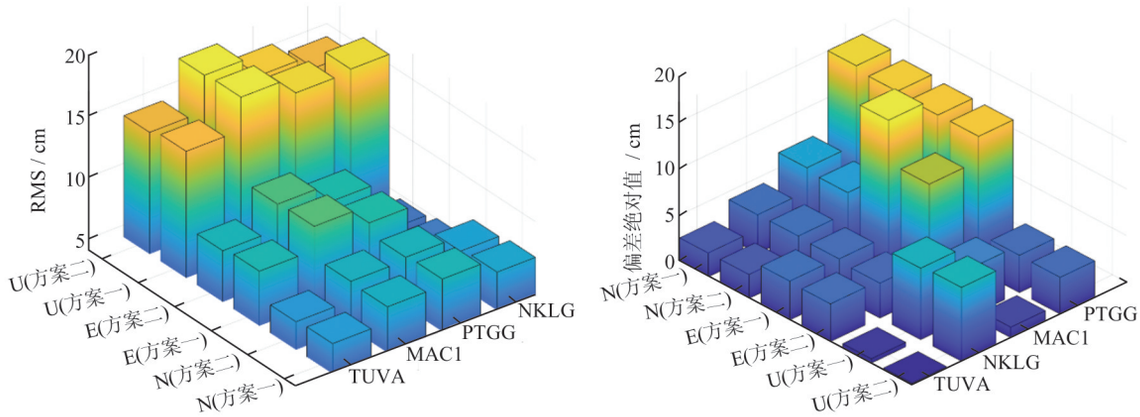
3.2 RT-PPP定位性能分析

1)个别测站的定位性能分析

由于低纬度测站在赤道附近受太阳辐射影响较大,为了分析本文方法在GNSS站点上的定位精度,最终选取两个低纬度站点NKLG、TUVA测站,一个中纬度站点PTGG测站和一个高纬度站点MAC1测站,对比两种方案的定位精度。两种方案下4个测站在N、E、U 3个方向的RMS及偏差绝对值对比如图3所示。由图3可知,方案二中测站定位精度在3个方向更高,进一步证实了太阳辐射导致的对流层各向异性对随机模型和函数模型改进的必要性。

两种方案下4个测站在3个方向的RMS及改善率如表2所示。由表2可知,选取的测站在3个方向上的定位精度整体上均有所提高,且在U方向改善最多。在MAC1测站的定位精度改善率最高,定位精度在N、E、U 3个方向分别可以提高0.24 cm、0.35 cm和1.85 cm,改善率分别可以达到3.38%、6.99%和11.71%。

两种方案下4个测站在3个方向的偏差绝对值如表3所示。由表3可知,方案二中测站的偏差绝对值在3个方向整体上均有所降低。相较于方案一,方案二中MAC1测站的偏差绝对值在N、E、U 3个方向上分别降低了0.35 cm、4.53 cm、3.96 cm,进一步证实本文方法对测站的定位精度具有较好的改善效果。



(a) 4个测站的RMS对比　　(b) 4个测站的偏差绝对值对比

图 3　两种方案下 4 个测站在 3 个方向的 RMS 及偏差绝对值对比

Fig. 3　Comparison of RMS and Absolute Deviation in Three Directions for Four Measurement Stations Under Two Schemes

表 2　两种方案下 4 个测站在 3 个方向的 RMS 及改善率

Table 2　RMS and Improvement Rates in Three Directions for Four Measurement Stations Under Two Schemes

测站	N			E			U		
	RMS/cm		改善率/%	RMS/cm		改善率/%	RMS/cm		改善率/%
	方案一	方案二		方案一	方案二		方案一	方案二	
TUVA	6.44	6.27	2.64	8.43	8.15	3.32	14.27	13.87	2.80
PTGG	7.71	7.84	−1.69	10.36	10.21	1.45	16.95	16.79	0.94
NKLG	8.25	8.07	2.18	8.92	8.76	1.79	15.59	15.05	3.46
MAC1	7.10	6.86	3.38	5.01	4.66	6.99	15.80	13.95	11.71

表 3　两种方案下 4 个测站在 3 个方向的偏差绝对值/cm

Table 3　Absolute Deviation in Three Directions for Four Measurement Stations Under Two Schemes/cm

测站	N		E		U	
	方案一	方案二	方案一	方案二	方案一	方案二
TUVA	2.55	2.55	4.15	4.02	0.45	0.15
PTGG	15.02	14.59	14.36	14.39	3.98	3.93
NKLG	4.12	4.15	4.01	3.72	7.62	7.87
MAC1	6.63	6.28	16.32	11.79	5.07	1.11

2)单系统、多系统定位性能分析

为了进一步验证本文所提方法的有效性,采用两种方案对比不同系统组合的定位结果。图 4 给出了两种方案下不同系统组合在 3 个方向的 RMS,其中,G、GE、GC、GEC 分别代表 GPS 系统、GPS+Galileo 组合、GPS+BDS 组合、GPS+Galileo+BDS 组合。

由图 4 可知,不同卫星系统组合对定位结果产生不同的影响,相较于方案一,方案二的定位结果在 E 和 U 方向上均有不同程度的改善,且不同卫星系统组合的定位结果均在 U 方向上改善率最好,证实了本文方法能有效提升不同系统组合下测站的定位精度。两种方案下不同系统组合在 3 个方向的 RMS 及改善率如表 4 所示。由表 4 可知,方案二中 GEC 系统组合在 N、E、U 3 个方向上的 RMS 分别保持在 5.46 cm、7.32 cm 和 13.78 cm,GEC 系统组合的定位精度改善率在 E 和 U 方向上最好,在 U 方向上定位精度改善率可达 1.92%。三系统组合和双系统组合解算方案的定位结果相当,且定位精度相比单系统解算方案表现较优。不同系统组合的平均 RMS 在 N、E、U 3 个方向上分别改善了 0.24%、1.12% 和 1.49%,进一步证明了本文方法在定位结果方面有一定的改善。

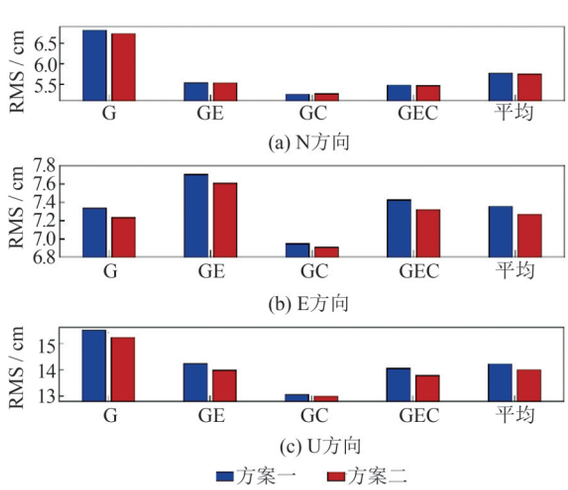


图 4　两种方案下不同系统组合在 3 个方向的 RMS

Fig. 4　RMS in Three Directions for Different System Combinations Under Two Schemes

表4 两种方案下不同系统组合在3个方向的RMS及改善率

Table 4 RMS and Improvement Rates in Three Directions for Different System Combinations Under Two Schemes

系统	N			E			U		
	RMS/cm		改善率/%	RMS/cm		改善率/%	RMS/cm		改善率/%
	方案一	方案二		方案一	方案二		方案一	方案二	
GEC	5.47	5.46	0.18	7.42	7.32	1.35	14.05	13.78	1.92
GE	5.53	5.53	0.00	7.70	7.61	1.17	14.23	13.98	1.76
GC	5.25	5.27	−0.38	6.95	6.91	0.58	13.05	12.99	0.46
G	6.81	6.73	1.17	7.33	7.23	1.36	15.49	15.21	1.81
平均	5.77	5.75	0.24	7.35	7.27	1.12	14.21	13.99	1.49

3.3 RT-PPP收敛时间分析

1)个别测站收敛时间分析

为了验证本文所提方法在收敛时间上的改善效果,对上述4个测站的收敛时间进行分析。本文将在N、E方向连续10 min定位误差小于0.2 m且在U方向连续10 min定位误差小于0.4 m的第一个观测历元认定为收敛时间[37]。两种方案下4个测站在3个方向的收敛时间如图5所示。由图5可知,相比于方案一,方案二下4个测站的收敛时间在3个方向上均有显著的降低,证实了本文方法对测站的收敛时间具有改善作用。

两种方案下4个测站在3个方向的收敛时间及改善率如表5所示。由表5可知,相较于方案一,方案二中4个测站在3个方向上的收敛时间均有所降低,且U方向上改善最多。总的来看,NKLG测站的收敛时间改善最多,在N、E、U方向的收敛时间分别可以提高0.09 min、0.32 min和3.80 min,改善率分别可以达到0.53%、2.66%和23.85%,进一步证实了本文方法具有加快收敛时间的效果。

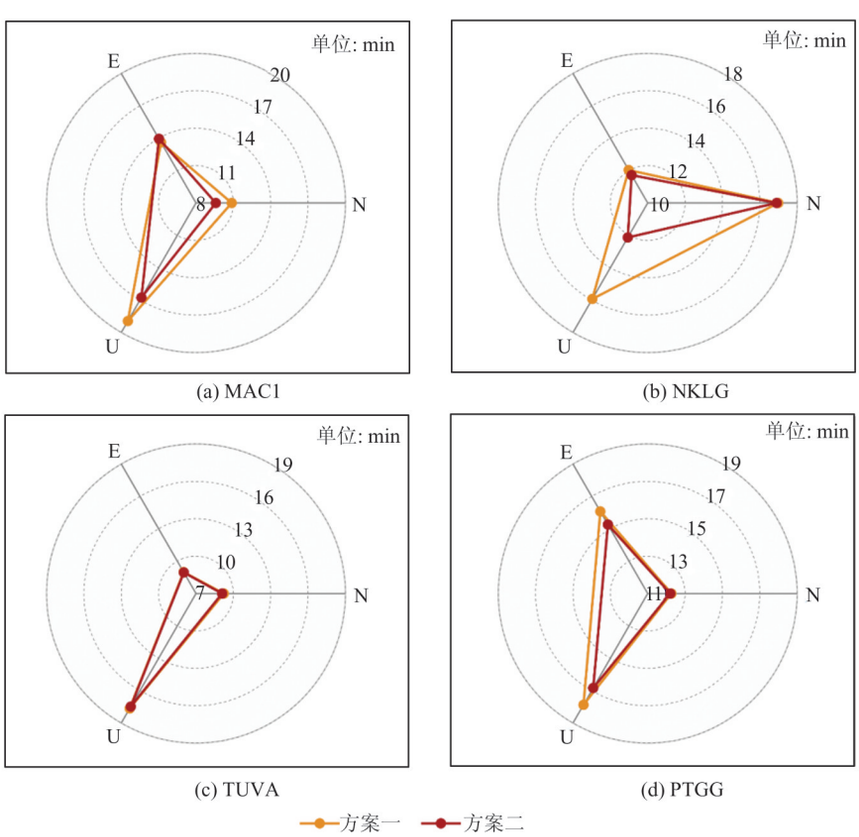


图5 两种方案下4个测站在3个方向的收敛时间

Fig. 5 Convergence Time in Three Directions of Four Measurement Stations Under Two Schemes

2)单系统、多系统收敛时间分析

为了准确评价本文方法对收敛时间的影响,选取不同系统组合、两种方案测站的整体收敛时间进行分析。两种方案下不同系统组合在3个方向的收敛时间如图6所示。由图6可知,GEC组合与GE组合的收敛时间相当,GC组合质量稍差,

表 5　两种方案下 4 个测站在 3 个方向的收敛时间及改善率

Table 5　Convergence Time and Improvement Rates in Three Directions of Four Measurement Stations Under Two Schemes

测站	N			E			U		
	收敛时间/min		改善率/%	收敛时间/min		改善率/%	收敛时间/min		改善率/%
	方案一	方案二		方案一	方案二		方案一	方案二	
TUVA	9.23	9.10	1.41	8.99	8.95	0.44	17.65	17.48	0.96
PTGG	12.27	12.21	0.49	16.07	15.26	5.04	17.88	16.83	5.87
NKLG	16.99	16.90	0.53	12.04	11.72	2.66	15.93	12.13	23.85
MAC1	10.87	9.59	11.78	13.61	13.94	−2.42	18.94	16.76	11.51

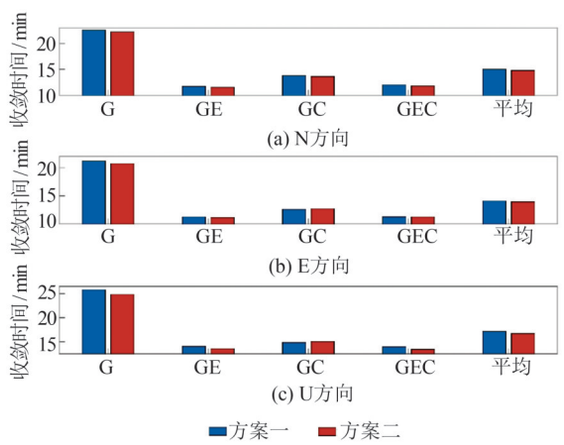


图 6　两种方案下不同系统组合在 3 个方向的收敛时间

Fig. 6　Convergence Time in Three Directions for Different System Combinations Under Two Schemes

单 GPS 系统的收敛时间有相对较大的改善,证实了本文方法对整体收敛时间提升的必要性。

表 6 给出了两种方案下不同系统组合在 3 个方向的收敛时间。由表 6 可知,方案二中测站的平均收敛时间在 N、E、U 3 个方向上分别可以达到 14.78 min、13.93 min 和 16.69 min,在 3 个方向上的平均改善率分别可以达到 1.42%、0.69% 和 2.46%。GEC 组合、GE 组合、单 GPS 均在 U 方向上有较大的改善率,分别可达 3.73%、3.56%、3.84%,进一步证明了本文方法对 RT-PPP 收敛时间具有较大的改善作用。

3.4　不同纬度上定位性能和收敛时间分析

由于太阳辐射与纬度相关,为进一步验证本文方法在不同纬度的鲁棒性,根据选取测站位置将测站分为低纬度[10°S～10°N]、中纬度(10°N～20°N]、(10°S～20°S]以及高纬度(>20°N,>20°S)3 类(具体分布见表 7),并对两种方案下不同纬度的定位误差和收敛时间进行对比。

表 6　两种方案下不同系统组合在 3 个方向的收敛时间

Table 6　Convergence Time in Three Directions for Different System Combinations Under Two Schemes

系统	N			E			U		
	收敛时间/min		改善率/%	收敛时间/min		改善率/%	收敛时间/min		改善率/%
	方案一	方案二		方案一	方案二		方案一	方案二	
GEC	11.98	11.80	1.50	11.28	11.21	0.62	13.95	13.43	3.73
GE	11.70	11.53	1.45	11.22	11.13	0.80	14.03	13.53	3.56
GC	13.77	13.61	1.16	12.57	12.68	−0.88	14.85	15.04	−1.28
G	22.53	22.18	1.55	21.15	20.68	2.22	25.75	24.76	3.84
平均	15.00	14.78	1.42	14.06	13.93	0.69	17.15	16.69	2.46

表 7　不同纬度测站的分类列表

Table 7　Classification List of Measurement Stations at Different Latitudes

分区	纬度范围	测站
低纬度	[10°S～10°N]	NKLG,KIRI,ASCG,TUVA
中纬度	(10°N～20°N]、(10°S～20°S]	DJIG,COCO,PTGG,TOW2
高纬度	>20°N,>20°S	REUN,ALIC,OUS2,UFPR,MAC1

图 7 给出了两种方案下不同纬度及不同系统组合所有测站在 3 个方向的定位误差。由图 7 可知,本文方法在不同系统组合有部分改善。在低纬度和高纬度测站中,GEC 系统组合的定位精度改善最优,其中低纬度精度最高。据统计,在 N、E、U 3 个方向改善率分别为 2.05%、1.05% 和 2.63%;在中纬度测站中,单 GPS 系统的定位精度改善最优,经统计,在 N、E、U 3 个方向改善率分别为 0.48%、1.54% 和 1.51%。

图 8 给出了两种方案下不同纬度及不同系统组合在 3 个方向的收敛时间。由图 8 可知,本文方法在不同纬度、不同系统组合下,测站的收敛时间有部分改善。在低纬度测站,GE 系统组合和单 GPS 系统的收敛时间改善较优,在 N、E、U 3 个方向的改善率分别可以达到 0.18%、0.99%、7.29%

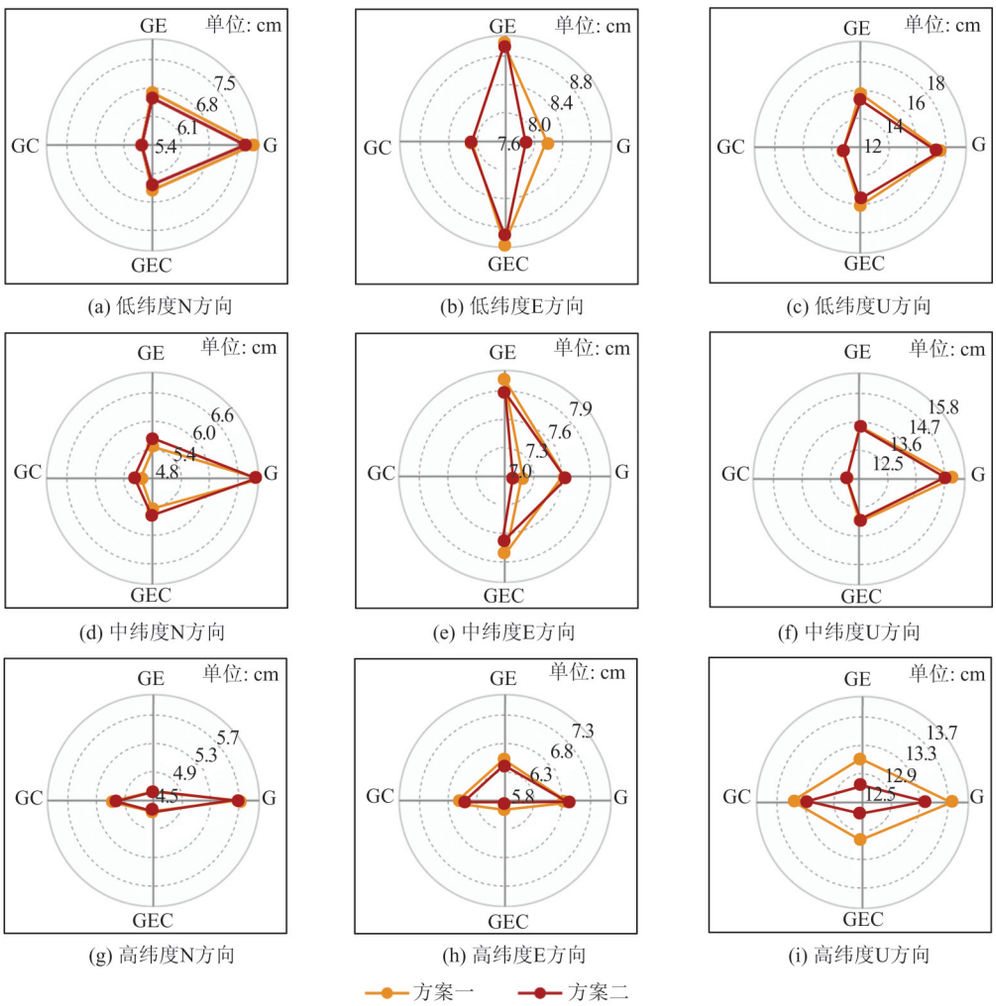


图7 两种方案下不同纬度及不同系统组合所有测站在3个方向的定位误差

Fig. 7 Positioning Errors of All Measurement Stations in Three Directions for Different Latitudes and System Combinations Under Two Schemes

和2.11%、3.08%、5.21%;在中纬度和高纬度测站中,单GPS系统改善较优,在N、E、U 3个方向的改善率分别可以达到0.13%、3.00%、3.62%和2.61%、0.05%、2.72%,证实了本文提出的顾及对流层各向异性的RT-PPP算法对不同纬度的收敛时间和定位精度均有提高。

表8给出了两种方案下不同纬度所有测站在3个方向的定位误差、收敛时间及改善率。由表8可知,方案二的定位误差在高纬度测站最小,在N、E、U 3个方向分别可以达到5.00 cm、6.37 cm和12.99 cm。对于定位精度的改善率,低纬度测站的N和E方向改善较多,分别可以达到1.65%、1.29%;在高纬度测站中,U方向的改善率最大,可达到2.26%。收敛时间在低纬度测站中改善最优,N、E、U 3个方向改善率分别可以达到0.69%、1.30%和4.56%;高纬度和中纬度测站分别在N和E方向上改善最优,改善率分别可以达到2.02%、2.24%,进一步说明了本文所提方法受纬度影响较小,具有较强的普适性,对不同纬度测站的定位精度和收敛时间均有所精化。

4 结 语

本文针对现有GNSS数据处理中未考虑对流层各向异性对定位精度和收敛速度影响的现状,提出了一种顾及太阳辐射导致对流层各向异性的RT-PPP改进方法。引入太阳高度角表征测站卫星信号所受太阳辐射强度的大小,并构建顾及对流层各向异性的RT-PPP函数模型和随机模型。选取IGS中心共13个测站的GNSS数据进行解算,验证本文所提方法的优越性和鲁棒性。实验结果表明,本文所提的RT-PPP算法的总体定位精度在N、E、U 3个方向上均有提高,其中在U方向上改善最多,并且在不同测站上的收敛速度均有显著改善。此外,对本文所提方法在不同纬度测站上进行验证,发现所提RT-PPP方法的定位精度和收敛时

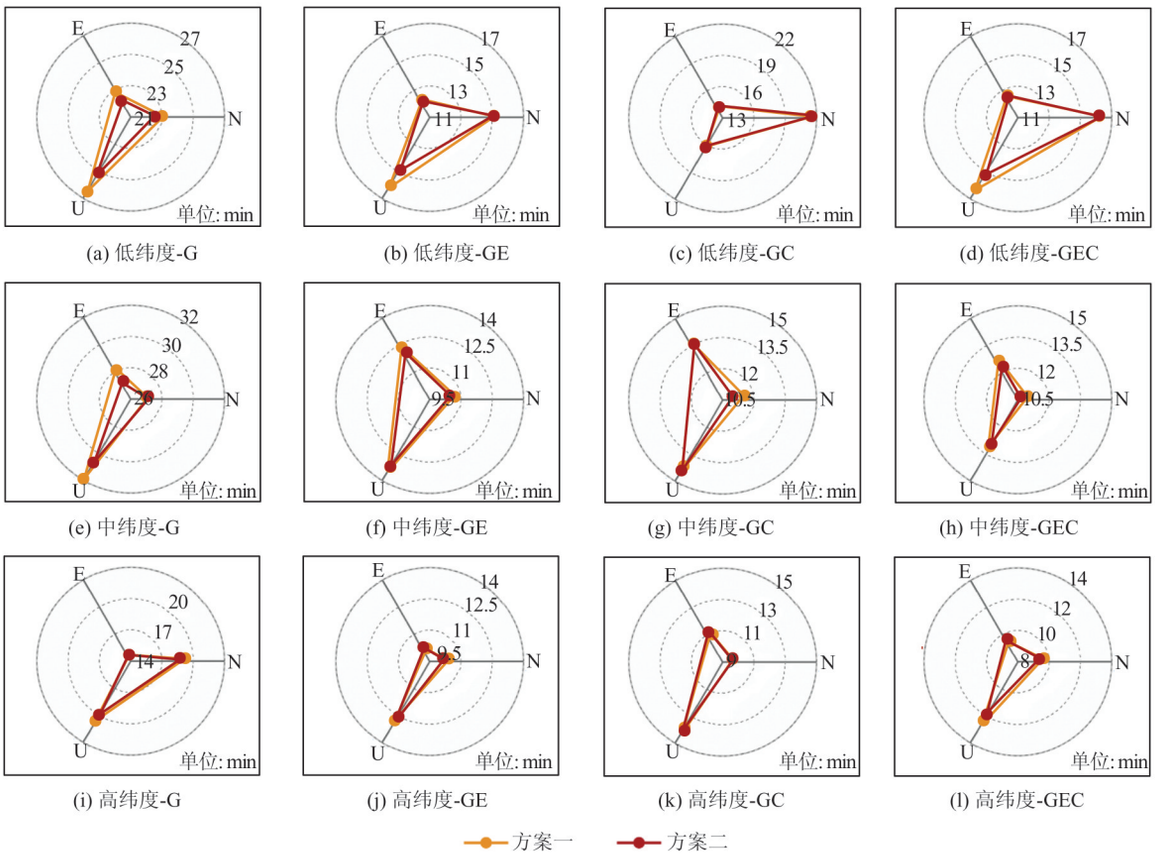


图 8　两种方案下不同纬度及不同系统组合在 3 个方向的收敛时间

Fig. 8　Convergence Time in Three Directions for Different Latitudes and Different System Combinations Under Two Schemes

表 8　两种方案下不同纬度所有测站在 3 个方向的定位误差、收敛时间及改善率

Table 8　Positioning Errors, Convergence Time, and Improvement Rates of All Measurement Stations in Three Directions for Different Latitudes Under Two Schemes

对比项	测站位置	N			E			U		
		方案一	方案二	改善率/%	方案一	方案二	改善率/%	方案一	方案二	改善率/%
RMS/cm	低纬度	6.68	6.57	1.65	8.51	8.40	1.29	15.45	15.20	1.62
	中纬度	5.77	5.87	−1.73	7.34	7.25	1.23	14.11	14.04	0.50
	高纬度	5.03	5.00	0.60	6.43	6.37	0.93	13.29	12.99	2.26
收敛时间/min	低纬度	18.88	18.75	0.69	15.37	15.17	1.30	18.85	17.99	4.56
	中纬度	15.01	14.74	1.80	16.51	16.14	2.24	18.27	18.01	1.42
	高纬度	11.88	11.64	2.02	11.04	11.15	−1.00	14.88	14.59	1.95

间受纬度影响较小,进一步验证了本文方法的鲁棒性和适用性,所提方法对完善顾及对流层各向异性的 RT-PPP 理论与方法具有重要意义。

致谢:感谢 IGS 数据中心提供的实时数据。

参　考　文　献

[1] 王胜利, 王庆, 高旺, 等. IGS 实时产品质量分析及其在实时精密单点定位中的应用[J]. 东南大学学报(自然科学版), 2013, 43(S2): 365-369.
WANG Shengli, WANG Qing, GAO Wang, et al. Quality Analysis of IGS Real-Time Products and Its Application in Real-Time Precise Point Positioning [J]. *Journal of Southeast University* (*Natural Science Edition*), 2013, 43(S2): 365-369.

[2] 郭文飞, 朱萌萌, 辜声峰, 等. GNSS 精密时频接收机时钟调控模型与参数设计方法[J]. 武汉大学学报(信息科学版), 2023, 48(7): 1126-1133.
GUO Wenfei, ZHU Mengmeng, GU Shengfeng, et al. GNSS Precise Time-Frequency Receiver Clock Steering Model and Parameter Design Method [J]. *Geomatics and Information Science of Wuhan University*, 2023, 48(7): 1126-1133.

[3] 周要宗, 楼益栋, 张卫星, 等. 新一代实时对流层映射函数精度及 PPP 性能评估[J]. 武汉大学学报

(信息科学版), 2021, 46(12): 1881-1888.
ZHOU Yaozong, LOU Yidong, ZHANG Weixing, et al. On the Accuracy and PPP Performance Evaluation of the Latest Generation of Real Time Tropospheric Mapping Function[J]. *Geomatics and Information Science of Wuhan University*, 2021, 46(12): 1881-1888.

[4] 杨军建, 姚宜斌, 许超钤, 等. 不同在线PPP技术得到的ZTD对比与精度分析[J]. 测绘地理信息, 2015, 40(6): 11-14.
YANG Junjian, YAO Yibin, XU Chaoqian, et al. Accuracy Analysis of ZTD Obtained from Different GPS Online Post-Processing Services[J]. *Journal of Geomatics*, 2015, 40(6): 11-14.

[5] 黄良珂, 郭立杰, 刘立龙, 等. 利用中国区域MERRA-2资料计算ZTD和ZWD的精度分析[J]. 武汉大学学报(信息科学版), 2023, 48(3): 416-424.
HUANG Liangke, GUO Lijie, LIU Lilong, et al. Accuracy Analysis of ZTD and ZWD Calculated from MERRA-2 Reanalysis Data over China[J]. *Geomatics and Information Science of Wuhan University*, 2023, 48(3): 416-424.

[6] 张良. GPS实时服务(RTS)产品关键技术及其应用研究[D]. 武汉: 武汉大学, 2018.
ZHANG Liang. Research on GPS Real-Time Service (RTS) Products and Its Application[D]. Wuhan: Wuhan University, 2018.

[7] 章迪. GNSS对流层天顶延迟模型及映射函数研究[D]. 武汉: 武汉大学, 2020.
ZHANG Di. The Study of the GNSS Tropospheric Zenith Delay Model and Mapping Function[D]. Wuhan: Wuhan University, 2020.

[8] 黄良珂, 陈华, 刘立龙, 等. 一种新的高精度全球对流层天顶延迟模型[J]. 地球物理学报, 2021, 64(3): 782-795.
HUANG Liangke, CHEN Hua, LIU Lilong, et al. A New High-Precision Global Model for Calculating Zenith Tropospheric Delay[J]. *Chinese Journal of Geophysics*, 2021, 64(3): 782-795.

[9] BOEHM J, NIELL A, TREGONING P, et al. Global Mapping Function (GMF): A New Empirical Mapping Function Based on Numerical Weather Model Data[J]. *Geophysical Research Letters*, 2006, 33(7): 2005GL025546.

[10] BOEHM J, SCHUH H. Vienna Mapping Functions in VLBI Analyses[J]. *Geophysical Research Letters*, 2004, 31(1): 2003GL018984.

[11] LANDSKRON D, BÖHM J. VMF3/GPT3: Refined Discrete and Empirical Troposphere Mapping Functions[J]. *Journal of Geodesy*, 2018, 92(4): 349-360.

[12] 王丹, 淡鹏. 对流层经验映射函数模型精度分析[J]. 无线电工程, 2020, 50(8): 666-671.
WANG Dan, DAN Peng. Precision Analysis of Tropospheric Empirical Mapping Functions[J]. *Radio Engineering*, 2020, 50(8): 666-671.

[13] YUAN Y B, HOLDEN L, KEALY A, et al. Assessment of Forecast Vienna Mapping Function 1 for Real-Time Tropospheric Delay Modeling in GNSS[J]. *Journal of Geodesy*, 2019, 93(9): 1501-1514.

[14] 翟树峰. GNSS对流层延迟改正及其应用研究[D]. 郑州: 信息工程大学, 2018.
ZHAI Shufeng. Research on Application and GNSS Tropospheric Delay Correction[D]. Zhengzhou: Information Engineering University, 2018.

[15] 叶克东. 不同映射函数对实时PPP解算的影响分析[D]. 成都: 西南交通大学, 2021.
YE Kedong. Analysis of the Influence of Different Mapping Functions on Real-Time PPP Solution[D]. Chengdu: Southwest Jiaotong University, 2021.

[16] 张小红, 丁乐乐. 北斗二代观测值质量分析及随机模型精化[J]. 武汉大学学报(信息科学版), 2013, 38(7): 832-836.
ZHANG Xiaohong, DING Lele. Quality Analysis of the Second Generation Compass Observables and Stochastic Model Refining[J]. *Geomatics and Information Science of Wuhan University*, 2013, 38(7): 832-836.

[17] LI B F, ZHANG L, VERHAGEN S. Impacts of BeiDou Stochastic Model on Reliability: Overall Test, W-Test and Minimal Detectable Bias[J]. *GPS Solutions*, 2017, 21(3): 1095-1112.

[18] 严丽, 李萌, 梅熙, 等. 实时估计不同类型北斗卫星观测值的随机模型[J]. 武汉大学学报(信息科学版), 2017, 42(2): 263-269.
YAN Li, LI Meng, MEI Xi, et al. Real-Time Estimating Different Types of BDS Observations Stochastic Model[J]. *Geomatics and Information Science of Wuhan University*, 2017, 42(2): 263-269.

[19] YAN L, HUANG D F, LI M, et al. BDS/GPS Stochastic Model Refinement and Assessment Using Satellite Elevation Angle and SNR[C]//China Satellite Navigation Conference, Berlin, Germany, 2015.

[20] GERDAN G P. A Comparison of Four Methods of Weighting Double Difference Pseudorange Measurements[J]. *Australian Surveyor*, 1995, 40(4): 60-66.

[21] KING R W, BOCK Y. Documentation for the GAMIT GPS Analysis Software, Release 10.05[R]. Cambridge: Massachusetts Institute of Technology, 2005.

[22] HADAS T, HOBIGER T, HORDYNIEC P. Considering Different Recent Advancements in GNSS on Real-Time Zenith Troposphere Estimates[J]. *GPS Solutions*, 2020, 24(4): 99.

[23] HAN S. Quality-Control Issues Relating to Instantaneous Ambiguity Resolution for Real-Time GPS Kinematic Positioning[J]. *Journal of Geodesy*, 1997, 71(6): 351-361.

[24] 张彦丽, 赵军. 复杂地形区太阳短波辐射空间变异分析[J]. 地理与地理信息科学, 2017, 33(4): 99-106.
ZHANG Yanli, ZHAO Jun. Spatial Variation Analysis of Solar Shortwave Radiation in Complex Terrain [J]. *Geography and Geo-Information Science*, 2017, 33(4): 99-106.

[25] 李清泉, 刘会增, 朱平, 等. 地球辐射收支探测的目标方向订正模型构建: 从地球卫星到月基平台[J]. 地球信息科学学报, 2023, 25(1): 2-14.
LI Qingquan, LIU Huizeng, ZHU Ping, et al. The Angular Distribution Models of the Earth's Radiation Budget Measurement: From LEO and GEO Satellites to the Moon-Based Platform [J]. *Journal of Geo-Information Science*, 2023, 25(1): 2-14.

[26] 齐月, 房世波, 周文佐. 近50年来中国东、西部地面太阳辐射变化及其与大气环境变化的关系[J]. 物理学报, 2015, 64(8): 398-407.
QI Yue, FANG Shibo, ZHOU Wenzuo. Correlative Analysis Between the Changes of Surface Solar Radiation and Its Relationship with Air Pollution, as Well as Meteorological Factor in East and West China in Recent 50 Years [J]. *Acta Physica Sinica*, 2015, 64(8): 398-407.

[27] 肖子牛, 钟琦, 尹志强, 等. 太阳活动年代际变化对现代气候影响的研究进展[J]. 地球科学进展, 2013, 28(12): 1335-1348.
XIAO Ziniu, ZHONG Qi, YIN Zhiqiang, et al. Advances in the Research of Impact of Decadal Solar Cycle on Modern Climate [J]. *Advances in Earth Science*, 2013, 28(12): 1335-1348.

[28] 唐超礼, 朱一东, 魏合理, 等. 近40年中国区域对流层顶温度场时空变化特征[J]. 大气与环境光学学报, 2023, 18(1): 25-35.
TANG Chaoli, ZHU Yidong, WEI Heli, et al. Temporal and Spatial Variation Characteristics of Tropopause Temperature over China in Recent 40 Years[J]. *Journal of Atmospheric and Environmental Optics*, 2023, 18(1): 25-35.

[29] 王尚祺, 刘岭, 郑勇峰, 等. BDS-3/Galileo四频精密单点定位模型及性能分析[J]. 中国惯性技术学报, 2024, 32(5): 484-491.
WANG Shangqi, LIU Ling, ZHENG Yongfeng, et al. Quad-Frequency Precise Point Positioning Model and Performance Analysis for BDS-3/Galileo[J]. *Journal of Chinese Inertial Technology*, 2024, 32(5): 484-491.

[30] 雅森江·库尔班, 王豫, 买买提艾力·买买提依明, 等. 中国帕米尔高原太阳辐射演变规律[J]. 太阳能学报, 2023, 44(10): 237-244.
YASIN K, WANG Y, ALI M, et al. Evolution of Solar Radiation in China Pamir Plateau[J]. *Acta Energiae Solaris Sinica*, 2023, 44(10): 237-244.

[31] 王嘉琛, 刘根友, 郭爱智, 等. 相对定位双差模型中的天线相位缠绕误差分析[J]. 武汉大学学报(信息科学版), 2020, 45(1): 38-45, 104.
WANG Jiachen, LIU Genyou, GUO Aizhi, et al. Antenna Phase Wind-up Error Analysis of GNSS Relative Positioning Double-Difference Model [J]. *Geomatics and Information Science of Wuhan University*, 2020, 45(1): 38-45, 104.

[32] KOUBA J. A Simplified Yaw-Attitude Model for Eclipsing GPS Satellites[J]. *GPS Solutions*, 2009, 13(1): 1-12.

[33] WU J T, WU S C, HAJJ G A, et al. Effects of Antenna Orientation on GPS Carrier Phase[J]. *Manuscripta Geodaetica*, 1993, 18(2): 91-98.

[34] BOCK Y, AGNEW D C. The Case for Ranging in GPS-Based Geodetic Systems[J]. *Geophysical Research Letters*, 1991, 18(1): 7-10.

[35] WÜBBENA G. Software Developments for Geodetic Positioning with GPS Using TI4100 Code and Carrier Measurements[C]//The 1st International Symposium on Precise Positioning with the Global Positioning System, Rockville, USA, 1985.

[36] BÖHM J, MÖLLER G, SCHINDELEGGER M, et al. Development of an Improved Empirical Model for Slant Delays in the Troposphere (GPT2w)[J]. *GPS Solutions*, 2015, 19(3): 433-441.

[37] 杜石, 黄观文, 葛玉龙, 等. BNC/RTKLIB/PPPWIZARD实时精密单点定位服务性能评估[J]. 大地测量与地球动力学, 2021, 41(2): 125-130.
DU Shi, HUANG Guanwen, GE Yulong, et al. Performance Evaluation of BNC/RTKLIB/PPPWIZARD Real-Time Precise Point Positioning Service [J]. *Journal of Geodesy and Geodynamics*, 2021, 41(2): 125-130.